

**laboratorio central
de ensayo
de materiales
de construcción**

publicación n.º 203

Geometría de Presas Bóveda

Avelino Samartín Quiroga
Jesús Martínez González

Drs. Ings. de Caminos

Depósito Legal: M. 23420/1973

Rubio y Castro, S.L. - Matilde Hernández, 75 - Madrid-25

INDICE

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. INTRODUCCION | 5 |
| 2. DEFINICION DE LOS PARAMETROS DE LA BOVEDA | 5 |
| 3. PROCESO | 6 |
| 3.1. Determinación de los valores de los datos y sus derivadas a un nivel Z ... | 6 |
| 3.2. Determinación de los seis círculos y sus límites en una sección horizontal de cota Z | 8 |
| 3.2.1. Círculo 22 | 9 |
| 3.2.2. Círculo 12 | 9 |
| 3.2.3. Círculo ij | 10 |
| 3.3. Definición de una sección horizontal al nivel Z de una dovela | 11 |
| 3.4. Definición de una dovela de presa | 14 |
| 4. EJEMPLO DE APLICACION | 18 |
| Resumen | 23 |
| Résumé | 24 |
| Summary | 25 |

1. INTRODUCCION.

El departamento del Laboratorio Central de Ensayos de Materiales, dedicado al Estudio Experimental de Presas, se encontraba desde sus comienzos con la complicación numérica del replanteo del modelo reducido de las presas objeto de ensayo.

Esta complicación geométrica aumentó extraordinariamente al comenzar los primeros ensayos a la rotura, que exigían, aparte de la definición del propio modelo, un riguroso replanteo de los puntos de aplicación y direcciones del sistema de aplicación de la carga (gatos hidráulicos).

Ante esta necesidad perentoria, se realizó un programa de estudio geométrico de presas lo más general posible, para su utilización en un computador, eligiéndose la forma circular, en planta, de tres centros asimétrica. Se redactó el programa de cálculo en Fortran-IV y actualmente puede procesarse en el ordenador IBM 1130 32K. de que dispone el Gabinete de Cálculo.

La descripción de la entrada y salida de este programa puede verse en el apéndice, con un ejemplo de prueba del programa.

El proceso de cálculo se desarrolla en los apartados siguientes.

2. DEFINICION DE LOS PARAMETROS DE LA BOVEDA.

Se adopta el siguiente sistema de coordenadas cartesiano trirrectangular levógiro OXYZ:

Origen, el centro del círculo central de la superficie de referencia al nivel de coronación. El eje **OY** es la bisectriz del arco del círculo central de coronación, orientada del intradós al trasdós de la presa, y el eje **OZ** el vertical descendente. En lo que

sigue, el primer subíndice se refiere al paramento: **M** paramento aguas arriba (mojado) y **S** paramento aguas abajo (seco). El segundo subíndice hace referencia al círculo: **1** círculo derecho, **2** círculo central y **3** círculo izquierdo. (Vistos desde aguas arriba).

- **R** radio del círculo central de la superficie cilíndrica de referencia, es decir, del cilindro recto de directriz al paramento de aguas arriba a la cota de coronación.

Se suponen los siguientes datos mínimos de definición de la bóveda y sus límites en cada sección horizontal. (Fig. 1).

- (X_{s2}, Y_{s2}) coordenadas del círculo central del paramento de aguas abajo.
- α semiapertura del círculo central, que se supone es la misma para los paramentos de aguas arriba y aguas abajo.

Si se denomina \vec{u} la bisectriz del arco central orientada del intradós hacia el trasdós de la presa se tiene:

- δ ángulo de \vec{u} con el eje **OY** positivo.
- **m** es la distancia entre los puntos de intersecciones de \vec{u} con la superficie de referencia y el paramento de aguas arriba.
- **s** es la distancia análoga a **m** referida al paramento de aguas abajo.

Alternativamente con **s** ó **m** se puede definir el espesor en clave **e** como $e = m - s$.

- **d_{ms}** es la distancia entre los centros de los círculos centrales de ambos paramentos.
- **d_{s1}** y **d_{s3}** con las distancias entre el centro del círculo central del paramento de aguas abajo y los centros de los círculos laterales tangentes derecho e izquierdo respectivamente.
- **d_{m1}** y **d_{m3}** son las distancias entre el centro del círculo central del paramento de aguas arriba y los centros de los círculos laterales tangentes derecho e izquierdo respectivamente.
- **L₁** y **L₂** son abscisas de los puntos, izquierdo y derecho respectivamente, límites del paramento de aguas abajo de la bóveda. Cada parámetro anterior de definición de la bóveda puede variar con la cota **Z**, en un máximo de tres tramos, teniendo en cada tramo una variación del tipo:

$$a_0 + a_1 Z + a_2 Z^2 + a_3 Z^3 + a_4 Z^4 + (-1)^h \sqrt{a_5 (Z - a_6)^2 + a_7} \quad (1)$$

3. PROCESO.

Con objeto de obtener una mayor claridad en la exposición del estudio geométrico de una presa, se divide este en varios apartados.

3.1. Determinación de los valores de los datos y sus derivadas a un nivel **Z**.

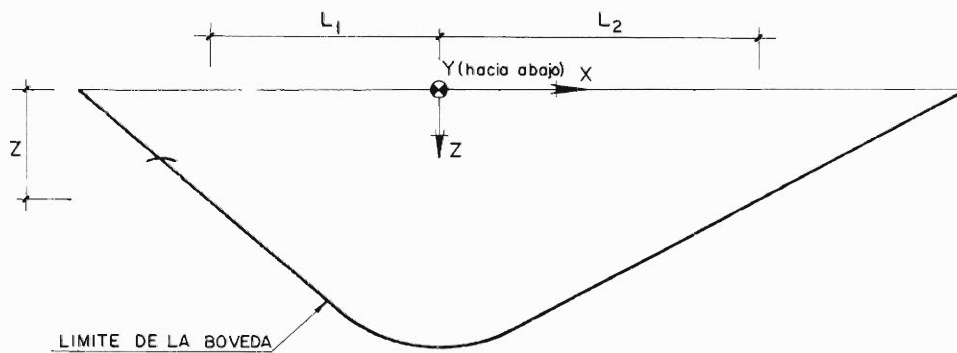
Se utiliza la fórmula (1), es decir

$$\text{Parámetro} = a_0 + a_1 Z + a_2 Z^2 + a_3 Z^3 + a_4 Z^4 + (-1)^h \sqrt{a_5 (Z - a_6)^2 + a_7} \quad (1)$$

DEFINICION GEOMETRICA DE PRESA BOVEDA DE TRES CENTROS ASIMETRICA

DEFINICION DEL ALZADO EN AGUAS ABAJO

PROYECCION EN UN PLANO NORMAL AL EJE Y



SECCION HORIZONTAL

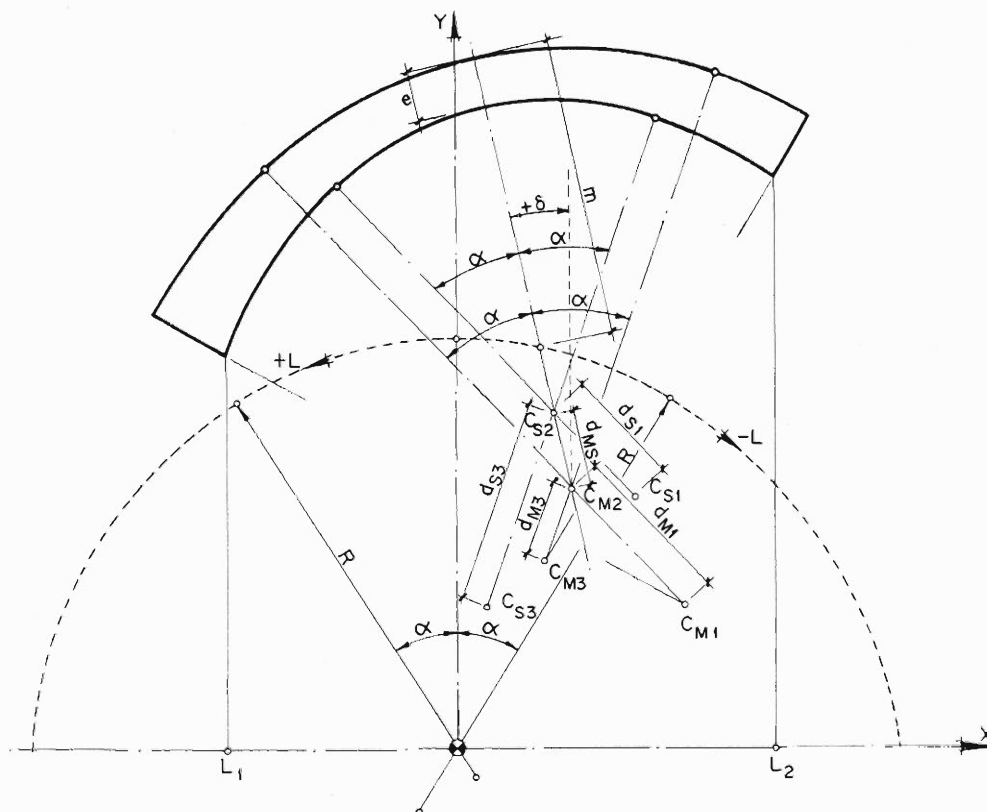


Fig. 1

$$\frac{d(\text{parámetro})}{dZ} = a_1 + 2a_2 Z + 3a_3 Z^2 + 4a_4 Z^3 + \frac{(-1)^h a_5 (Z - a_6)}{\sqrt{a_5 (Z - a_6)^2 + a_7}}$$

Los valores de a_i ($i=0, \dots, 7$) dependen del tramo (Z_1, Z_2) que contiene a Z , es decir $Z_1 \leq Z \leq Z_2$.

3.2. Determinación de los seis círculos y sus límites en una sección horizontal de cota Z .

A fin de facilitar la escritura del programa se utiliza una notación de doble subíndice con el siguiente convenio.

El primer índice se refiere al paramento (1= aguas arriba y 2= aguas abajo).

El segundo índice indica el círculo del paramento (1, 2 y 3).

Se notará con un apóstrofo la derivada con respecto a Z .

Los seis círculos están determinados al conocer los parámetros representados en la fig. 2, es decir

$x_{ij}, y_{ij}, r_{ij}, \quad x'_{ij}, y'_{ij}, r'_{ij}$

$l_{ijk}, \varphi_{ijk}, \varphi'_{ijk}$

con $i = 1, 2. \quad j = 1, 2, 3. \quad k = 1, 2.$

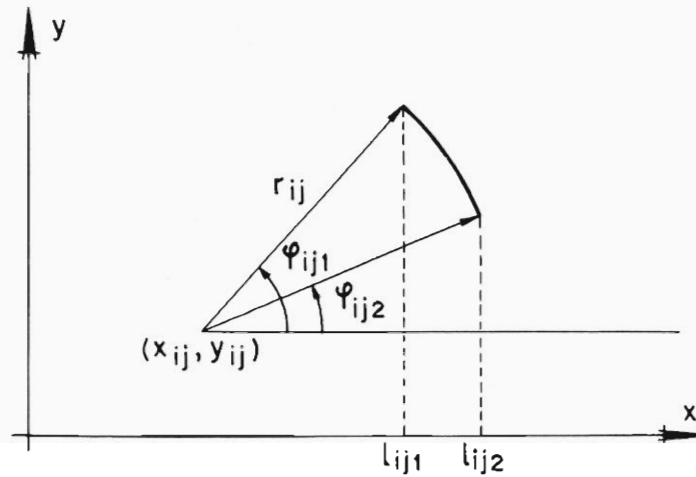


Fig. 2

3.2.1. Círculo 22.

x_{22} , y_{22} son datos de entrada

x'_{22} , y'_{22} se deducen por aplicación del apartado 3.1.

Los restantes elementos de definición se determinan como sigue:

$$\left. \begin{aligned} a &= -y_{22} \cdot \cos \delta + x_{22} \cdot \sin \delta \\ a' &= -y'_{22} \cdot \cos \delta + x'_{22} \cdot \sin \delta + \delta' (y_{22} \cdot \sin \delta + x_{22} \cdot \cos \delta) \\ \lambda &= a + \sqrt{a^2 - (x_{22}^2 + y_{22}^2 - R^2)} \\ \lambda' &= \frac{a' \lambda - x_{22} \cdot x'_{22} + y_{22} \cdot y'_{22}}{\lambda - a} \end{aligned} \right\} (2)$$

Si

$$\left| \frac{x_{22} - \lambda \cdot \sin \delta}{y_{22} + \lambda \cdot \cos \delta} \right| \leq \operatorname{tg} \alpha (0) \text{ se calculan los valores buscados}$$

aplicando:

$$\left. \begin{aligned} r_{22} &= \lambda + m - e & r'_{22} &= \lambda' + m' - e \\ \varphi_{22k} &= \delta + (-1)^{k+1} \alpha + \frac{\pi}{2} & \varphi'_{22k} &= \delta' + (-1)^{k+1} \alpha' \\ l_{22k} &= r_{22} \cdot \cos \varphi_{22k} + x_{22} & (k=1, 2) \end{aligned} \right\} (3)$$

Si

$$\frac{x_{22} - \lambda \sin \delta}{y_{22} + \lambda \cos \delta} > \operatorname{tg} \alpha (0) \text{ se hace } d^* = d_{13} (0) \text{ y } \alpha^* = -\alpha (0)$$

si

$$\frac{x_{22} - \lambda \sin \delta}{y_{22} + \lambda \cos \delta} < -\operatorname{tg} \alpha (0) \text{ se hace } d^* = d_{11} (0) \text{ y } \alpha^* = \alpha (0)$$

Sustituyendo en las ecuaciones (2) y (3), R , x_{22} , y_{22} , x'_{22} e y'_{22} respectivamente por $R + d^*$, $x_{22} - d^* \cdot \sin \alpha^*$, $y_{22} + d^* \cos \alpha^*$, x'_{22} e y'_{22} se calculan los parámetros r_{22} , r'_{22} , φ_{22k} , φ'_{22k} , l_{22k} .

3.2.2. Círculo 12.

Se deduce fácilmente:

$$\begin{aligned} x_{12} &= x_{22} + d_{ms} \sin \delta & x'_{12} &= x'_{22} + d'_{ms} \sin \delta + \delta' \cdot d_{ms} \cos \delta \\ y_{12} &= y_{22} - d_{ms} \cos \delta & y'_{12} &= y'_{22} - d'_{ms} \cos \delta + \delta' \cdot d_{ms} \sin \delta \\ r_{12} &= r_{22} + d_{ms} \cdot e & r'_{12} &= r'_{22} + d'_{ms} \cdot e' \\ \varphi_{12k} &= \varphi_{22k} & \varphi'_{12k} &= \varphi'_{22k} \\ l_{12k} &= r_{12} \cos \varphi_{12k} + x_{12} & (k=1, 2). \end{aligned}$$

3.2.3. Círculo ij ($i=1,2$ $j=1,3$).

$$x_{ij} = x_{i2} - d_{ij} \cos \varphi_{i2k} \quad x'_{ij} = x'_{i2} - d'_{ij} \cos \varphi_{i2k} + \varphi'_{i2k} \cdot d_{ij} \sin \varphi_{i2k}$$

$$y_{ij} = y_{i2} - d_{ij} \sin \varphi_{i2k} \quad y'_{ij} = y'_{i2} - d'_{ij} \sin \varphi_{i2k} - \varphi'_{i2k} \cdot d_{ij} \cos \varphi_{i2k}$$

$$\text{siendo } k = \frac{j+1}{2}$$

$$r_{ij} = r_{i2} + d_{ij} \quad r'_{ij} = r'_{i2} + d'_{ij}$$

$$\varphi_{211} = \arccos \frac{l_{211} - x_{21}}{r_{21}}$$

$$l_{211} = L_1 \text{ (límite de la bóveda).}$$

$$\varphi_{232} = \arccos \frac{l_{232} - x_{23}}{r_{23}}$$

$$l_{232} = L_2 \text{ (" " " ")}.$$

$$\varphi_{111} = \text{artg} \frac{y_{21} + r_{21} \sin \varphi_{211} - y_{11}}{x_{21} + r_{21} \cos \varphi_{211} - x_{11}}$$

$$l_{111} = x_{11} + r_{11} \cos \varphi_{111}$$

$$\varphi_{132} = \text{artg} \frac{y_{23} + r_{23} \sin \varphi_{232} - y_{13}}{x_{23} + r_{23} \cos \varphi_{232} - x_{13}}$$

$$l_{132} = x_{13} + r_{13} \cos \varphi_{132}$$

además para $i=1,2$.

$$\varphi_{i12} = \varphi_{i21}$$

$$l_{i12} = l_{i21}$$

$$\varphi_{i31} = \varphi_{i22}$$

$$l_{i31} = l_{i22}$$

3.3. Definición de una sección horizontal al nivel Z de una dovela.

La sección se define por los siguientes datos. (Fig. 3).

Su nivel Z y las abscisas de los puntos límites de la dovela en el paramento de aguas abajo X_1 y X_2 , con la condición.

$$L_1 \leq X_1 < X_2 \leq L_2$$

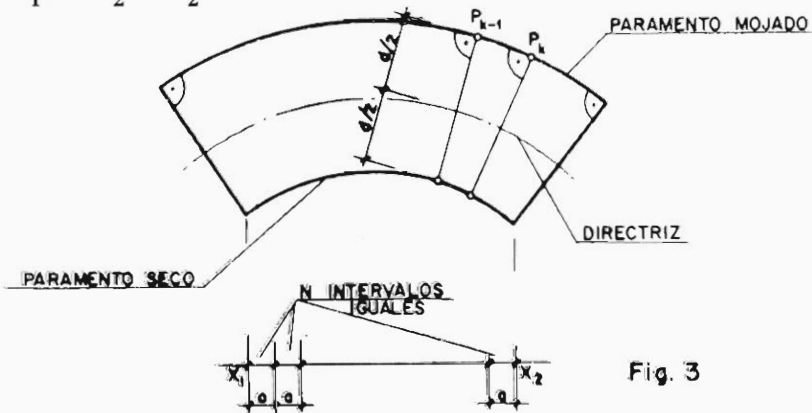


Fig. 3

Los resultados se dan en n secciones verticales que pasan por los puntos del paramento de aguas abajo de abscisas equidistantes entre X_1 y X_2 y que son normales al paramento de aguas arriba. (Fig. 3).

Estos resultados son:

- Las coordenadas x_i , y_i y los cosenos directores de la normal α_i , β_i , γ_i en cada paramento ($i=1,2$) y en la directriz ($i=3$).
- El peso y c.d.g. de la sección horizontal supuesta una densidad superficial γ .
- La presión hidrostática reducida, es decir por unidad de altura (módulo y componentes) y punto de aplicación.

Conviene observar que unos resultados interesan para el replanteo geométrico de la presa, otros son específicos del sistema de carga mediante gatos hidráulicos y por último existen resultados (los referentes en particular a la directriz) que tienen interés para un análisis estático de la presa.

El proceso de cálculo es el siguiente:

$$a = X_1 + \frac{X_2 - X_1}{n} \cdot k \quad (k = 0, 1, \dots, n)$$

Se determina j ($j=1,2,3$) con la condición

$$l_{2j1} \geq a \geq l_{2j2}$$

conocido j , se calcula

$$x_2^{(k)} = a$$

$$y_2^{(k)} = y_{2j} + \sqrt{r_{2j}^2 - (a - x_{2j})^2}$$

y unos parámetros directores de la normal son:

$$\begin{bmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \\ \gamma_2 \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} x'_{2j} + r'_{2j} \frac{a - x_{2j}}{r_{2j}} & y'_{2j} + r'_{2j} \frac{y^{(k)} - y_{2j}}{r_{2j}} & 1 \\ -(y_2^{(k)} - y_{2j}) & (a - x_{2j}) & 0 \end{bmatrix}$$

En donde el segundo miembro representa el producto vectorial de los dos vectores filas.

Análogamente se calcula j ($j = 1, 2, 3$) con la condición

$$\varphi_{1j1} \geq \text{artg} \frac{y_2^{(k)} - y_{1j}}{x_2^{(k)} - x_{1j}} = \varphi \geq \varphi_{2j1}$$

con el valor de j anterior

$$x_1^{(k)} = x_{1j} + r_{1j} \cos \varphi$$

$$y_1^{(k)} = y_{1j} + r_{1j} \sin \varphi$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} x'_{ij} + r'_{ij} \cos \varphi & y'_{ij} + r'_{ij} \sin \varphi & 1 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \end{bmatrix}$$

$$x_3^{(k)} = \frac{x_2^{(k)} + x_1^{(k)}}{2}$$

$$y_3^{(k)} = \frac{y_2^{(k)} + y_1^{(k)}}{2}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_3 \\ \beta_3 \\ \gamma_3 \end{bmatrix}^{(k)} = 1/2 \begin{bmatrix} \alpha_2^{(k)} + \alpha_1^{(k)} \\ \beta_2^{(k)} + \beta_1^{(k)} \\ \gamma_2^{(k)} + \gamma_1^{(k)} \end{bmatrix}$$

$$d_k = \sqrt{\left[x_2^{(k)} - x_1^{(k)} \right]^2 + \left[y_2^{(k)} - y_1^{(k)} \right]^2}$$

Dividiendo cada vector $\begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \\ \gamma_i \end{bmatrix}^{(k)}$ por su módulo se obtiene los cosenos directores:

La determinación del peso propio y empuje hidrostático se realiza como sigue (fig. 4):

$$c_k = \sqrt{\left[x_1^{(k-1)} - x_1^{(k)} \right]^2 + \left[y_1^{(k-1)} - y_1^{(k)} \right]^2}$$

$$P = \gamma \cdot \sum_{k=1}^n \frac{c_k}{2} \cdot (d_k + d_{k-1}) \text{ (peso propio)}$$

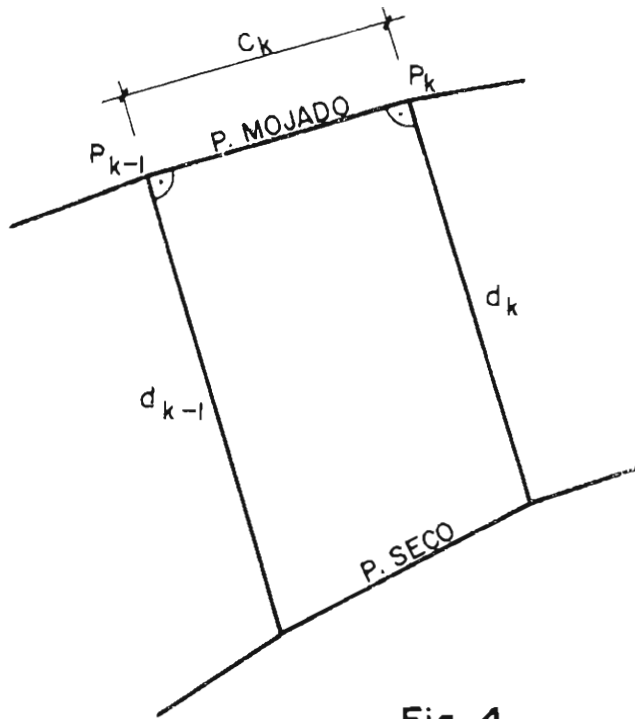


Fig. 4

$$M_x = \gamma \cdot \sum_{k=1}^n \frac{c_k}{2} \cdot (d_k + d_{k-1}) \cdot \frac{x_3^{(k-1)} + x_3^{(k)}}{2} \quad (\text{momentos estáticos}).$$

$$M_y = \gamma \cdot \sum_{k=1}^n \frac{c_k}{2} \cdot (d_k + d_{k-1}) \cdot \frac{y_3^{(k-1)} + y_3^{(k)}}{2}$$

Las coordenadas del c. de g. son:

$$x_g = \frac{M_x}{P} \quad y_g = \frac{M_y}{P}$$

La presión hidrostática es:

$$F_x = \sum_{k=1}^n \frac{c_k}{2} \cdot (\alpha_1^{(k-1)} + \alpha_1^{(k)})$$

$$F_y = \sum_{k=1}^n \frac{c_k}{2} \cdot (\beta_1^{(k-1)} + \beta_1^{(k)})$$

$$F_z = \sum_{k=1}^n \frac{c_k}{2} \cdot (\gamma_1^{(k-1)} + \gamma_1^{(k)})$$

y el momento respecto al origen viene dado por las fórmulas

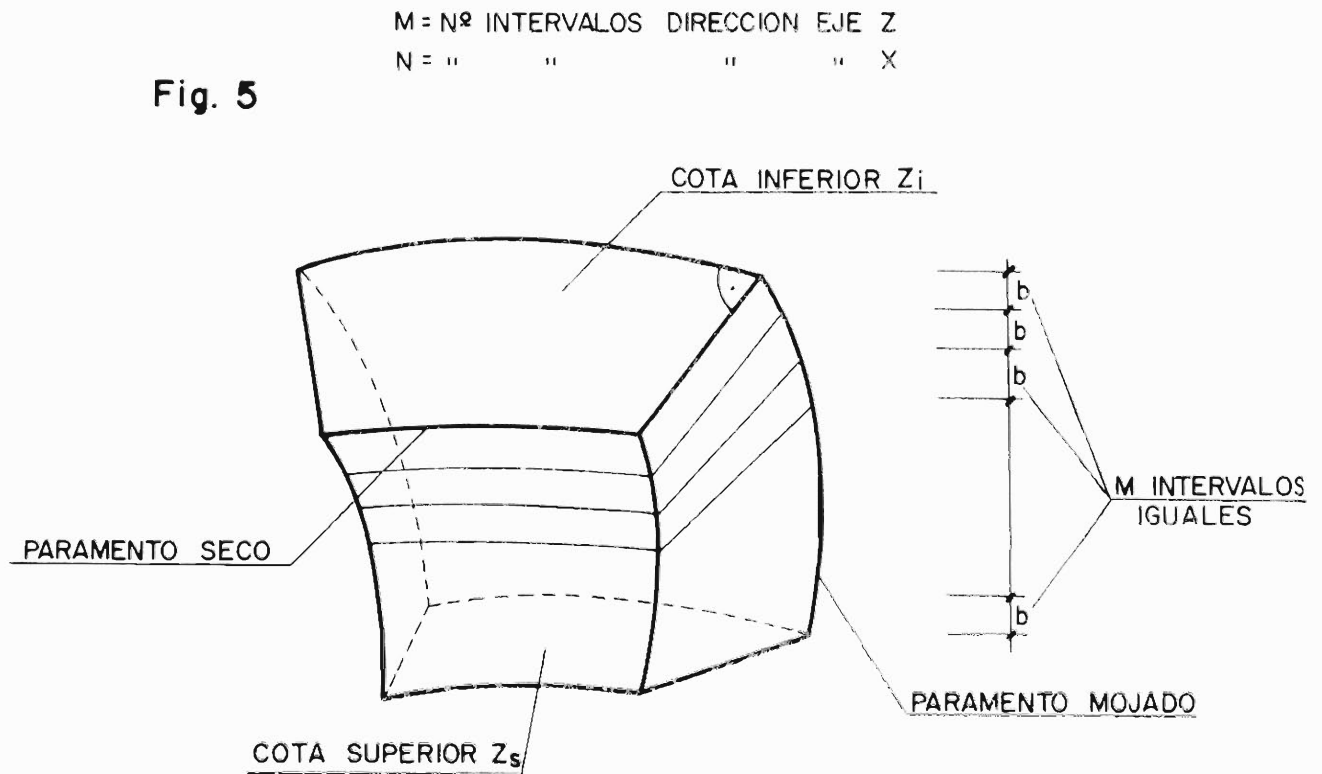
$$\begin{bmatrix} G_x \\ G_y \\ G_z \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} \frac{x_1^{(k-1)} + x_1^{(k)}}{2} & \frac{y_1^{(k-1)} + y_1^{(k)}}{2} & Z \\ \frac{c_k}{2} [\alpha_1^{(k-1)} + \alpha_1^{(k)}] & \frac{c_k}{2} [\beta_1^{(k-1)} + \beta_1^{(k)}] & \frac{c_k}{2} [\gamma_1^{(k-1)} + \gamma_1^{(k)}] \end{bmatrix}$$

Los componentes de la resultante y momento respecto al origen de la presión hidrostática se multiplicarán por la intensidad de la presión, es decir por $Z - Z_0$ si $Z \leq Z_0$ (cota del nivel del agua) y por cero en caso $Z > Z_0$.

3.4. Definición de una dovela de presa. (fig. 5).

Los datos para el cálculo son los de las bases superior e inferior de la dovela, es decir,

$(Z_i \ X_1 \ X_2)$ base de cota inferior $(Z_s \ X_1 \ X_2)$ base de cota superior.



También se especifica la forma de variación de X_1 y X_2 con la altura que puede ser una de las siguientes:

$$\text{Tipo 1 (lineal)} \quad X = \frac{X_s - X_i}{Z_s - Z_i} (Z - Z_i) + X_i$$

$$\text{Tipo 2 (parabólico)} \quad X = \frac{X_s - X_i}{(Z_s - Z_i)^2} (Z - Z_i)^2 + X_i$$

$$\text{Tipo 3 (parabólico)} \quad X = \frac{X_i - X_s}{(Z_i - Z_s)^2} (Z - Z_s)^2 + X_s$$

Los subíndices s e i hacen referencia a las bases superior e inferior de la dovela respectivamente.

A veces es interesante conocer la variación con la altura de los límites X_1 y X_2 de la dovela indirectamente, a través de su proyección sobre la superficie de referencia con este objeto, se designa por L , la longitud sobre S.R. de la proyección del límite del paramento de aguas abajo desde el centro de dicha superficie, medida esta longitud desde la generatriz intersección con el plano $x = 0$ (ver fig. 1).

Los restantes tipos de variación de X_1 y X_2 se expresan entonces,

$$\text{Tipo 4 (lineal)} \quad L = \frac{L_s - L_i}{Z_s - Z_i} (Z - Z_i) + L_i$$

$$\text{Tipo 5 (parabólica)} \quad L = \frac{L_s - L_i}{(Z_s - Z_i)^2} (Z - Z_i)^2 + L_i$$

$$\text{Tipo 6 (parabólica)} \quad L = \frac{L_i - L_s}{(Z_i - Z_s)^2} (Z - Z_s)^2 + L_s$$

Los resultados de la definición del bloque son los del apartado 3.3. anterior, en $m+1$ secciones horizontales equidistantes.

Además se determina el peso propio total y c.d.g., la acción hidrostática (resultante y momento) en el eje central y su intersección con el paramento de aguas arriba y la combinación del peso propio con la presión hidrostática (resultante y momento) en el eje central y su intersección con el paramento de aguas arriba.

El proceso de cálculo es como sigue:

Si la cara lateral de la dovela varía según los tipos 1, 2 y 3, se conoce directamente el límite X en función de la cota Z .

En caso contrario se procede de la forma siguiente con el valor L función de Z (tipos 4, 5 y 6).

En general, se determina la intersección del círculo

$$\left[X - (x_{22} - d \cdot \sin \alpha^{**}) \right]^2 + \left[Y - (y_{22} - d \cdot \cos \alpha^{**}) \right]^2 = (r_{22} + d)^2$$

con la recta

$$X = d^* \cdot \sin \alpha^* - \lambda \sin \varphi$$

$$Y = -d^* \cdot \cos \alpha^* + \lambda \cos \varphi$$

es decir

$$\left[-\lambda \sin \varphi - (x_{22} - d \cdot \sin \alpha^{**} - d^* \cdot \sin \alpha^*) \right]^2 + \left[\lambda \cos \varphi - (y_{22} - d \cdot \cos \alpha^{**} + d^* \cdot \cos \alpha^*) \right]^2 = (r_{22} + d)^2$$

o sea

$$\lambda = -a + \sqrt{a^2 - (p^2 + q^2 - r^2)} \quad (3)$$

con $a = -q \cos \varphi + p \sin \varphi$

$$p = x_{22} - d \sin \alpha^{**} - d^* \cdot \sin \alpha^*$$

$$q = y_{22} - d \cos \alpha^{**} + d^* \cdot \cos \alpha^* \quad (4)$$

$$r = r_{22} + d$$

y la intersección es

$$X = d^* \cdot \sin \alpha^* - \lambda \sin \varphi \quad (5)$$

en donde

a) si $|L| \leq \alpha(0) \cdot R$ ($\alpha(0)$ valor del parámetro α a la cota $Z=0$ en radianes).

$$\text{entonces } \varphi = \frac{L}{R} \quad d^* = \alpha^* = 0 \quad d = \alpha^{**} = 0.$$

Si al calcular X por la fórmula (5) resulta $l_{221} \leq X \leq l_{222}$ el valor de X es el correcto como límite del paramento de aguas abajo de la dovela.

En caso contrario

$$\text{Si } X > l_{222} \text{ se hace } d = d_{23} \quad \alpha^{**} = \alpha - \delta$$

$$X < l_{221} \text{ se hace } d = d_{21} \quad \alpha^{**} = \alpha - \delta$$

y se aplican de nuevo las fórmulas (3), (4) y (5).

b) Si $|L| \geq \alpha(0) \cdot R$

$$d^* = d_{11}(0) \quad \text{y} \quad \alpha^* = +\alpha(0) \quad \text{si } L > 0.$$

$$d^* = d_{13}(0) \quad \text{y} \quad \alpha^* = -\alpha(0) \quad \text{si } L < 0.$$

$$\varphi = \alpha^* + \frac{L - \alpha^* R}{R + d^*}$$

$$d = \alpha^{**} = 0.$$

Análogamente según el valor de X calculado mediante (5), pertenezca o no al intervalo (l_{221}, l_{222}) se procede como en el apartado anterior a).

La determinación del peso propio, presión hidrostática y combinación se realiza como sigue:

$$Z = k \cdot \frac{Z_s - Z_i}{m} + Z_i \quad (k = 0, 1, 2, \dots, m)$$

$$\Delta z = \frac{Z_s - Z_i}{m}$$

con este valor de Z , se calculan los límites X_1 y X_2 de la dovela en ese nivel, como se ha indicado previamente.

Utilizando el proceso 3.3. con la entrada de datos Z , X_1 , X_2 y n se tiene, diferenciados con un subíndice k , los resultados de dicho proceso:

Peso propio:

$$P = \sum_{k=0}^n P_k \cdot \Delta z$$

$$M_x = \sum_{k=0}^n M_{xk} \cdot \Delta z$$

$$M_y = \sum_{k=0}^n M_{yk} \cdot \Delta z$$

$$M_z = \sum_{k=0}^n z \cdot P_k \cdot \Delta z$$

Centro de gravedad $X_G = \frac{M_x}{P}$ $Y_G = \frac{M_y}{P}$ $Z_G = \frac{M_z}{P}$

Presión hidrostática

$$F_x = \sum_{k=0}^n F_{xk} \cdot \Delta z \qquad G_x = \sum_{k=0}^n G_{xk}$$

$$F_y = \sum_{k=0}^n F_{yk} \cdot \Delta z \qquad G_y = \sum_{k=0}^n G_{yk}$$

$$F_z = \sum_{k=0}^n F_{zk} \cdot \Delta z \qquad G_z = \sum_{k=0}^n G_{zk}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

Peso propio + presión hidrostática.

$$R_x = F_x \qquad G_x^* = G_x + M_y$$

$$R_y = F_y \qquad G_y^* = G_y - M_x$$

$$R_z = P + F_z \qquad G_z^* = G_z$$

El punto de intersección del eje central con el paramento de aguas arriba de la presa se determina mediante un método de aproximaciones sucesivas.

4. EJEMPLO DE APLICACION.

Se utiliza el programa para la presa representada en las figuras 6 y 7.

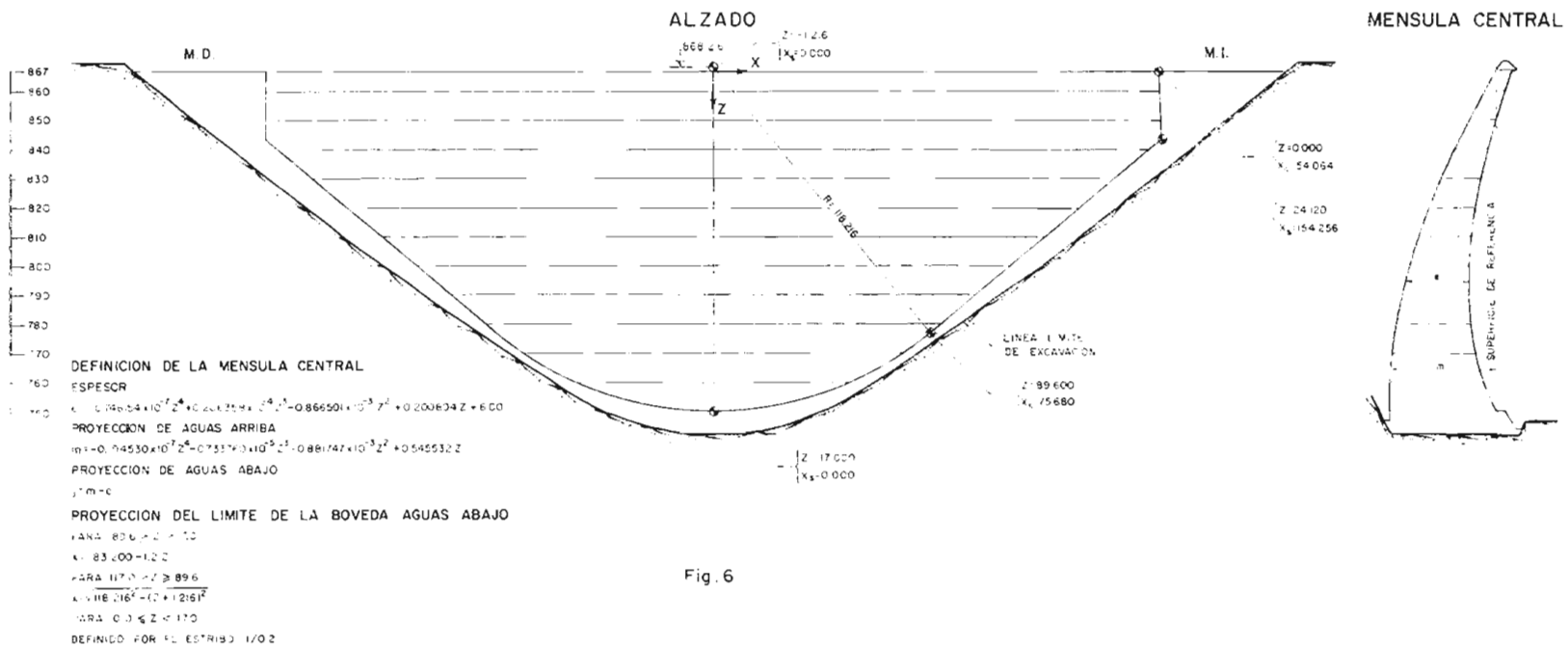
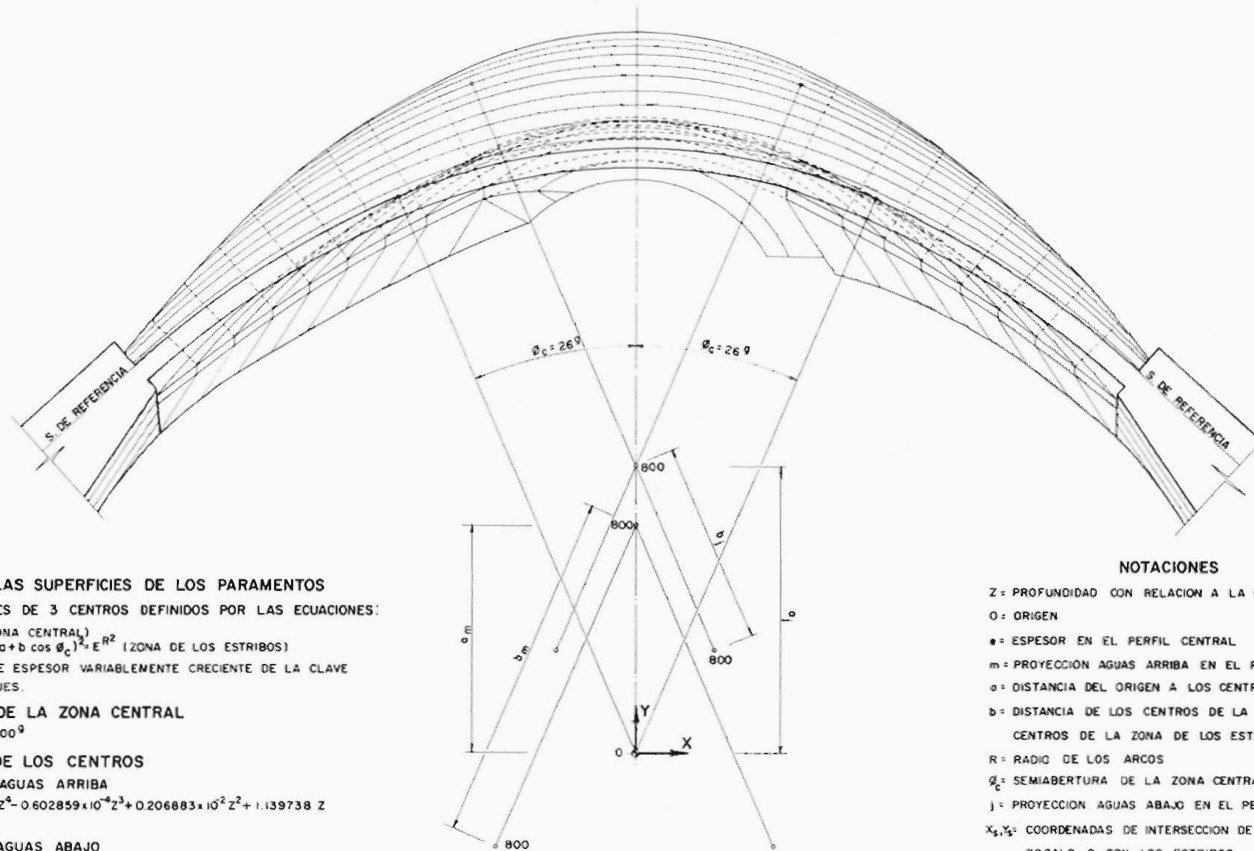


Fig. 6

PLANTA



DEFINICION DE LAS SUPERFICIES DE LOS PARAMENTOS

ARCOS CIRCULARES DE 3 CENTROS DEFINIDOS POR LAS ECUACIONES:

$$x^2 + (y-a)^2 = c^2 R^2 \text{ (ZONA CENTRAL)}$$

$$(x+b \sin \theta_c)^2 + (y-a+b \cos \theta_c)^2 = R^2 \text{ (ZONA DE LOS ESTRIBOS)}$$

LOS ARCOS SON DE ESPESOR VARIABLEMENTE CRECIENTE DE LA CLAVE PARA LOS ARRANQUES.

SEMIABERTURA DE LA ZONA CENTRAL

$$\theta_c = \text{CONSTANTE} = 26.00^\circ$$

COORDENADAS DE LOS CENTROS

PARAMENTO DE AGUAS ARRIBA

$$a_m = 0.207268 \times 10^{-6} Z^2 - 0.602859 \times 10^{-6} Z^3 + 0.206883 \times 10^{-2} Z^2 + 1.139738 Z$$

$$b_m = 110.000$$

PARAMENTO DE AGUAS ABAJO

$$a_j = 0.849250 \times 10^{-7} Z^4 - 0.398980 \times 10^{-6} Z^3 - 0.939771 \times 10^{-3} Z^2 + 1.569728 Z$$

$$b_j = 110.000 - 0.7 Z$$

RADIOS DE LOS ARCOS

PARAMENTO DE AGUAS ARRIBA

$$C_m^R = 190 + m - a_m \text{ (ZONA CENTRAL)}$$

$$E_m^R = C_m^R + b_m \text{ (ZONA DE LOS ESTRIBOS)}$$

PARAMENTO DE AGUAS ABAJO

$$C_j^R = 190 + j - a_j \text{ (ZONA CENTRAL)}$$

$$E_j^R = C_j^R + b_j \text{ (ZONA DE LOS ESTRIBOS)}$$

NOTACIONES

Z = PROFUNDIDAD CON RELACION A LA COTA 867.00

O = ORIGEN

e = ESPESOR EN EL PERFIL CENTRAL

m = PROYECCION AGUAS ARRIBA EN EL PERFIL CENTRAL

a = DISTANCIA DEL ORIGEN A LOS CENTROS DE LA ZONA CENTRAL

b = DISTANCIA DE LOS CENTROS DE LA ZONA CENTRAL A LOS

CENTROS DE LA ZONA DE LOS ESTRIBOS

R = RADIO DE LOS ARCOS

θ_c = SEMIABERTURA DE LA ZONA CENTRAL

j = PROYECCION AGUAS ABAJO EN EL PERFIL CENTRAL

X_s, Y_s = COORDENADAS DE INTERSECCION DE LOS ARCOS CON EL

ZOCALO O CON LOS ESTRIBOS.

Fig. 7

Los datos utilizados en el cálculo geométrico se reproducen en la fig. 8. Un ejemplo de la salida de los resultados puede verse en la fig. 9.

| | | | | | | | | | | | |
|------------------------------------|--------------|------------|------------|-------------|-----------|-----------|-----------|----------|-------------|---|--------|
| RADIO DEL CIRCULO DE REFERENCIA | | | | | | | | | | | 190.00 |
| PESO ESPECIFICO DE LA FABRICA | | | | | | | | | | | 2.40 |
| COTA DE AGUA REFERIDA A CORONACION | | | | | | | | | | | -3.00 |
| NUMERO STANDARD DE INTERVALOS | | | | | | | | | | | |
| M=10 POR DOVELA, N=11 POR SECCION | | | | | | | | | | | |
| VAR. | VALIDO ENTRE | A0 | A1*10**2 | A2*10**4 | A3*10**6 | A4*10**8 | A5 | A6 | A7 | H | |
| XS2 | 117.00 0.09 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0 | |
| YS2 | 117.00 0.00 | 0.00000 | 156.97280 | -9.39771 | -39.89800 | 8.49250 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0 | |
| M | 117.00 0.00 | 0.00000 | 54.55320 | -8.81747 | -7.33760 | -1.94530 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0 | |
| E | 117.00 0.00 | 6.00000 | 20.08040 | -8.66501 | 20.63580 | -7.46154 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0 | |
| ALF | 117.00 0.00 | 26.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0 | |
| DEL | 117.00 0.00 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0 | |
| DMS | 117.00 0.00 | 0.00000 | 42.99900 | -30.08600 | 20.38790 | -12.23430 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0 | |
| DM1 | 117.00 0.00 | 110.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0 | |
| DM3 | 117.00 0.00 | 110.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0 | |
| DS1 | 117.00 0.00 | 110.00000 | -70.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0 | |
| DS3 | 117.00 0.00 | 110.00000 | -70.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0 | |
| L1 | 117.00 89.60 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | -1.00000 | -1.21600 | 13975.02000 | 1 | |
| L1 | 89.60 14.91 | -183.20000 | 120.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0 | |
| L1 | 14.91 0.00 | -165.93200 | 4.21109 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0 | |
| L2 | 117.00 89.60 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | -1.00000 | -1.21600 | 13975.02000 | 0 | |
| L2 | 89.60 14.91 | 183.20000 | -120.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0 | |
| L2 | 14.91 0.00 | 165.93200 | -4.21109 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0.00000 | 0 | |
| DOVELA. LIMITES | | | | | | | | | | | |
| | | | | IZQUIERDA 4 | | | DERECHA 4 | | | | |
| COTA INFERIOR | | | | 0.00 | 8.400 | | 25.200 | | | | |
| COTA SUPERIOR | | | | 85.00 | 8.400 | | 25.200 | | | | |
| DATOS USADOS | | | | | | | | | | | |
| Cota de agua | | | | -3.00 | M=17 | | N=10 | | | | |

FIGURA 8

COTA 10.00 XS2= 0.000 YS2= 15.564 M= 5.359 E= 7.941 ALF= 26.000 DEL= 0.000 DMS=4.018
DM1= 110.000 DM3= 110.000 DS1= 103.000 DS3= 103.000 LI= -165.510 LD= 165.510

| COTA | P | LI | X1 | Y1 | R1 | L12 | X2 | Y2 | R2 | L23 | X3 | Y3 | R3 | LD |
|-------|---|---------|-------|--------|--------|--------|------|-------|--------|-------|--------|--------|--------|--------|
| 10.00 | M | -172.81 | 43.68 | -89.40 | 293.81 | -73.00 | 0.00 | 11.54 | 183.81 | 73.00 | -43.68 | -89.40 | 293.81 | 172.81 |
| | S | -165.51 | 40.90 | -78.96 | 274.85 | -68.25 | 0.00 | 15.56 | 171.85 | 68.25 | -40.90 | -78.96 | 274.85 | 165.51 |

| ESP. | P | X | Y | AL | BE | GA |
|-------|---|---------|---------|---------|----------|---------|
| 7.945 | M | -8.656 | 195.155 | 0.04170 | -0.88466 | 0.46436 |
| | D | -8.469 | 191.187 | 0.04370 | -0.91595 | 0.39077 |
| | S | -8.282 | 187.218 | 0.04570 | -0.94725 | 0.31719 |
| 7.947 | M | -10.379 | 195.066 | 0.05002 | -0.88443 | 0.46397 |
| | D | -10.155 | 191.098 | 0.05241 | -0.91571 | 0.39024 |
| | S | -9.930 | 187.131 | 0.05481 | -0.94699 | 0.31652 |
| 7.950 | M | -12.102 | 194.960 | 0.05834 | -0.88416 | 0.46350 |
| | D | -11.840 | 190.994 | 0.06113 | -0.91543 | 0.38962 |
| | S | -11.578 | 187.027 | 0.06393 | -0.94669 | 0.31573 |
| 7.952 | M | -13.825 | 194.838 | 0.06666 | -0.88386 | 0.46297 |
| | D | -13.526 | 190.873 | 0.06986 | -0.91509 | 0.38889 |
| | S | -13.227 | 186.908 | 0.07305 | -0.94633 | 0.31481 |
| 7.956 | M | -15.548 | 194.700 | 0.07500 | -0.88351 | 0.46236 |
| | D | -15.211 | 190.737 | 0.07859 | -0.91472 | 0.38807 |
| | S | -14.875 | 186.773 | 0.08218 | -0.94593 | 0.31378 |
| 7.959 | M | -17.271 | 194.546 | 0.08334 | -0.88312 | 0.46168 |
| | D | -16.897 | 190.584 | 0.08733 | -0.91429 | 0.38715 |
| | S | -16.523 | 186.622 | 0.09133 | -0.94547 | 0.31262 |
| 7.963 | M | -18.994 | 194.375 | 0.09170 | -0.88268 | 0.46092 |
| | D | -18.583 | 190.415 | 0.09609 | -0.91382 | 0.38613 |
| | S | -18.172 | 186.454 | 0.10048 | -0.94497 | 0.31133 |
| 7.967 | M | -20.718 | 194.188 | 0.10007 | -0.88221 | 0.46009 |
| | D | -20.269 | 190.229 | 0.10486 | -0.91331 | 0.38501 |
| | S | -19.820 | 186.271 | 0.10965 | -0.94441 | 0.30992 |
| 7.972 | M | -22.441 | 193.984 | 0.10845 | -0.88169 | 0.45919 |
| | D | -21.955 | 190.028 | 0.11364 | -0.91274 | 0.38379 |
| | S | -21.468 | 186.072 | 0.11883 | -0.94380 | 0.30839 |
| 7.976 | M | -24.165 | 193.764 | 0.11685 | -0.88112 | 0.45821 |
| | D | -23.641 | 189.810 | 0.12244 | -0.91213 | 0.38247 |
| | S | -23.116 | 185.856 | 0.12803 | -0.94314 | 0.30672 |
| 7.982 | M | -25.889 | 193.527 | 0.12526 | -0.88051 | 0.45715 |
| | D | -25.327 | 189.575 | 0.13125 | -0.91147 | 0.38104 |
| | S | -24.765 | 185.624 | 0.13724 | -0.94243 | 0.30493 |

| HIPOT. | XG | YG | F | FX | FY | FZ | GX | GY | GZ |
|--------|---------|---------|--------|-------|---------|--------|----------|----------|---------|
| P. P. | -16.917 | 190.513 | 330.84 | | | 330.84 | -5597.06 | 63030.42 | |
| AGUA | | | 225.03 | 18.78 | -198.75 | 103.85 | 22185.04 | 1980.76 | -216.95 |

| HIPOT. | X | Y | Z | F | FX | FY | FZ | F*G-F | AL | BE | GA |
|--------|---------|---------|--------|-----------|---------|-----------|----------|--------------|---------|----------|---------|
| P. P. | -18.507 | 204.099 | 53.322 | 59956.93 | | | 59956.93 | | | | |
| AGUA | -19.964 | 215.250 | 56.712 | 76444.73 | 9457.65 | -71894.54 | 24197.61 | -0.23265E 05 | 0.12217 | -0.93515 | 0.33250 |
| P+A | -19.762 | 212.864 | 50.189 | 111086.73 | 9457.65 | -71894.54 | 84154.55 | -0.20385E 05 | 0.11677 | -0.92623 | 0.35840 |

FIGURA 9

R E S U M E N

Se presenta en este artículo un programa para cálculo mediante ordenador, de utilización frecuente en el Departamento de Estudios Experimentales de Presas del Laboratorio Central. Este programa se refiere a presas bóvedas asimétricas de tres centros y determina:

- a) el replanteo geométrico de las mismas para su construcción en modelo reducido.
- b) la posición -punto de aplicación y dirección- de las cargas puntuales equivalentes a las acciones de peso propio y presión hidrostática, que se introducen en el modelo mediante gatos hidráulicos.
- c) la directriz de la presa, dato necesario para un posible cálculo estático posterior.

R é s u m é

Cet article présente un programme pour le calcul par ordinateur, qui a été fréquemment utilisé au Département d'Etudes Spérimentales de Barrages du Laboratorio Central (Madrid). Ce programme concerne les barrages-voûte assymétriques à trois centres et il est capable de déterminer:

- a) La définition géométrique du barrage-voûte lui-même pour la construction du modèle réduit.
- b) La position, point d'application et direction des charges ponctuelles équivalentes aux actions du poids mort et pression hydrostatique qui sont appliquées au modèle au moyen de vérins hydrauliques.
- c) La directrice du barrage, qui est une donnée nécessaire pour un possible calcul statique postérieur.

S U M M A R Y

This paper presents a computer programme currently used in the Department of Experimental Studies of Dams in the Laboratorio Central. This programme concerns assymetric arch dams of three centers and it determines:

- a) The geometrical definition of the arch dams for the scaled model construction.
- b) The position, acting point and direction of the ponctual loads equivalent to the actions of self-weight and water pressure, which are applied to the model by means of hydraulic jacks.
- c) The middle surface of the dam, which later would be introduced for a stress analysis of the dam itself.